تمارين خاصة بشعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) :

تمرين 1

www.elmaths.com

ليكن $n \in \mathbb{N}$

1 بين أن : $\tan x_n = x_n \quad / \quad \exists! x_n \in \left]\frac{\pi}{2}+n\pi ; \frac{\pi}{2}+(n+1)\pi\right[$

2 نعتبر المتتالية $(u_n)_n$ المعرفة بما يلي : $u_n = \frac{\pi}{2}+(n+1)\pi - x_n \quad (\forall n \geq 0)$

ا) بين أن : $x_n = (n+1)\pi + \arctan x_n \quad : \quad (\forall n \geq 0)$

ب) استنتج أن : $u_n = \arctan\left(\frac{1}{x_n}\right) \quad : \quad (\forall n \geq 0)$

ج) بين أن : $\lim\limits_{n \to +\infty} x_n = +\infty$

د) استنتج أن المتتالية $(u_n)_n$ متقاربة و حدد نهايتها.

تمرين 2

www.elmaths.com

الجزء الأول :

1 نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بما يلي : $g(x) = \frac{x}{x+1} - \ln(1+x)$

ا) ادرس تغيرات الدالة g على المجال $[0;+\infty[$.

ب) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

2 نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x) = e^{-x} ln(1+e^x)$

ا) بين أن : $\lim\limits_{n \to -\infty} f(x) = 1$

ب) بين أن : $\lim\limits_{n \to +\infty} f(x) = 0$

ج) بين أن f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و أن :

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad f'(x) = e^{-x}\left(\frac{e^x}{1+e^x} - \ln(1+e^x)\right)$$

د) ادرس تغيرات الدالة g على $\mathbb{R}$.

3 ارسم المنحنى الممثل للدالة f في ملم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$. (نأخذ $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm$)

4 ا) بين أن f تقابل من $\mathbb{R}$ نحو مجال J يتم تحديده.

ب) حدد تغيرات التقابل العكسي f^{-1} على المجال J.

ج) ارسم في نفس المعلم المنحنى الممثل للدالة f^{-1} $(O;\vec{i};\vec{j})$.

الجزء الثاني : نعتبر المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بما يلي : $u_0 = \frac{1}{2}$ و $u_{n+1} = f(u_n) \quad \forall n \leq 0$

1 ا) بين أنه إذا كان $x \in \left[\frac{1}{2};\frac{3}{5}\right]$ فإن $f(x) \in \left[\frac{1}{2};\frac{3}{5}\right]$.

ب) بين أن المعادلة $f(x)=x$ تقبل حلا وحيدا α و أن $\frac{1}{2}\leq\alpha\leq\frac{3}{5}$.

2) ادرس إشارة : $f(x)-x$

3) لكل عدد صحيح طبيعي n نضع : $v_n=u_{2n}$ و $w_n=u_{2n+1}$

ا) بين أن المتتاليتين v_n و w_n متحاديتين.

ب) استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متقاربة و أن : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=\alpha$.

www.elmaths.com

الجزء الثالث :

1) ا) بين أن : $(\forall x\in\mathbb{R})\ \ f'(x)+f(x)=\frac{1}{1+e^x}$

ب) استنتج الدالة الأصلية F للدالة f على المجال $\mathbb{R}$ التي تنعدم في 0.

2) ا) بين أن : $(\forall n\geq 2)(\exists! x_n\in\mathbb{R}_+^*)\ \ f(x_n)=\frac{1}{n}$

ب) بين أن المتتالية $(x_n)_{n\geq 2}$ تزايدية.

ج) بين أن $(x_n)_{n\geq 2}$ غير مكبورة ثم استنتج أن $\lim\limits_{n\to+\infty} x_n=+\infty$

3) نعتبر المتتالية $(y_n)_{n\geq 2}$ المعرفة بما يلي : $y_n=\int_0^{x_n} f(x)\,dx$

ا) بين أن $(y_n)_{n\geq 2}$ تزايدية و أن : $(\forall n\geq 2)\ \ 0\leq y_n\leq 2\ln 2$.

ب) بين أن $(y_n)_{n\geq 2}$ متقاربة و أن : $\lim\limits_{n\to+\infty} y_n=2\ln 2$.

تمرين 3

لتكن المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0=\frac{1}{2}$ و $\forall n\in\mathbb{N};\ \ u_{n+1}=\frac{e^{u_n}}{u_n+2}$

www.elmaths.com

1) ادرس تغيرات الدالة f المعرفة بما يلي $f\mapsto\frac{e^x}{x+2}$.

2) ا) بين أن : $f([0;1])\subset[0;1]$.

ب) بين أن : $\forall x\in[0;1];\ \ \frac{1}{4}\leq f'(x)\leq\frac{2}{3}$

ج) استنتج أن المعادلة $f(x)=x$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[0;1]$

3) ا) بين أن : $\forall n\in\mathbb{N};\ \ u_n\in[0;1]$.

ب) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة و حدد نهايتها.

ج) بين أن : $\forall n\in\mathbb{N};\ \ |u_{n+1}-\alpha|\leq\frac{2}{3}|u_n-\alpha|$.

د) بين أن : $\forall n\in\mathbb{N};\ \ |u_{n+1}-\alpha|\leq\left(\frac{2}{3}\right)^n$.

ه) حدد الأعداد الصحيحة الطبيعية n التي يكون من أجلها u_n قيمة مقربة للعدد α إلى 10^{-3}.

تمرين 4

الجزء الأول : ليكن $\mathbb{E}=\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{1}{2}\right\}$. لكل زوج (a,b) من $\mathbb{E}^2$ نضع : $a\perp b=a+b-ab\sqrt{2}$

www.elmaths.com

1 تحقق أن لكل زوج (a,b) من $\mathbb{E}^2$: $a \perp b = \frac{1}{\sqrt{2}} - -\frac{1}{\sqrt{2}}\left(a\sqrt{2}-1\right)\left(b\sqrt{2}-1\right)$

2 بين أن $(\mathbb{E},\perp)$ زمرة جزئية تبادلية.

الجزء الثاني : نذكر أن $(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}),+,\times)$ حلقة واحدية وحدتها $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ وأن $(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}),+,.)$ فضاء متجهي حقيقي.

لتكن المجموعة : $\mathcal{F} = \left\{ M(a) = \begin{pmatrix} \sqrt{2}-a & a \\ a & \sqrt{2}-a \end{pmatrix} / a \in \mathbb{E} \right\}$. نضع : $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

1 (أ) تحقق أن : $A^2 = -2A$ وأن $M(a) = I + \frac{a}{\sqrt{2}}A$

(ب) بين أن $\mathcal{F}$ جزء مستقر من $(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}),\times)$.

2 نعتبر التطبيق φ المعرف من $(\mathbb{E},\perp)$ نحو $(\mathcal{F},\times)$ بما يلي : $\varphi(a) = M(a)$

(أ) بين أن φ تشاكل تقابلي.

(ب) استنتج بنية $(\mathcal{F},\times)$.

تمرين 5

1 نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة : $(E): \quad 195x - 232y = 1$

(أ) حدد القاسم المشترك الأكبر للعددين 195 و 232.

(ب) بين أن مجموعة حلول المعادلة (E) هي :

$$S = \left\{ (163+232k; 137+195k) / k \in \mathbb{Z} \right\}$$

(ج) أوجد العدد الصحيح الطبيعي d الوحيد الذي يحقق : $0 \leq d \leq 232$ و $195d \equiv 1[232]$

2 بين أن 233 عدد أولي.

3 لتكن A مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية المحصورة بين 0 و 232.

نعتبر التطبيق f من A نحو A المعرف بما يلي : مهما يكن a من A فإن $f(a)$ هو باقي القسمة الأقليدية للعدد a^{195} على 233.

(أ) بين أن : $(\forall a \in A\backslash\{0\}) \; ; \quad a^{232} \equiv 1\,[233]$

(ب) بين أن : $\forall (a,b) \in A^2$ إذا كان $f(a) = f(b)$ فإن $a = b$

(ج) ليكن a و b عنصرين من المجموعة A بحيث : $f(a) = b$ حدد a بدلالة b.

(د) استنتج أن التطبيق f تقابل ثم حدد تقابله العكسي f^{-1}.

تمرين 6

نضع $E = \{0,1,2,.....,25\}$. ليكن a و b عنصرين من E.

نعتبر التطبيق φ من E نحو E المعرف بما يلي : $(\forall n \in E); \quad \varphi(n) = an + b$

1 نفترض أن : $\varphi(5) = 10$ و $\varphi(19) = 14$.

(أ) بين أن : $14a \equiv 4[26]$.

(ب) حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة : $14x - 26y = 1$.

(ج) استنتج قيمة الزوج (a,b).

2 نفترض أن $a = 15$ و $b = 3$.

(أ) بين أنه إذا كان $\varphi(n) = \varphi(p)$ فإن $n = p$.

ب) ليكن n و m عنصرين من المجموعة E بحيث : $\varphi(n)=m$ احسب n بدلالة m.

ج) استنتج أن التطبيق φ تقابلا من E نحو E ثم اعط صيغة التقابل العكسي φ^{-1}.

تمرين 7

www.elmaths.com

لتكن الدالة f المعرفة على المجال $[0,+\infty[$ بما يلي : $f(t)=\ln(1+t)+\dfrac{t^2}{1+t^2}$

1 ا) بين أن الدالة f تزايدية قطعا $[0,+\infty[$.

ب) أحسب $\lim\limits_{t\to+\infty}\dfrac{f(t)}{t}$.

ج) ارسم المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

2 ليكن n عدد صحيح طبيعي غير منعدم. نعتبر المعادلة $(E_n):\ \ f(t)=\dfrac{1}{n}$.

ا) بين أن المعادلة (E_n) تقبل حلا وحيدا a_n.

ب) بين أن الدالة f تقبل دالة عكسية f^{-1} على المجال $[0,+\infty[$

ج) اعط جدول تغيرات الدالة العكسية f^{-1}.

د) استنتج تغيرات المتتالية $(a_n)_{n\geq1}$ ثم حدد نهايتها.

3 ا) أحسب $\lim\limits_{t\to0}\dfrac{f(t)}{t}$.

ب) استنتج نهاية المتتالية $(na_n)_{n\geq1}$.

تمرين 8

www.elmaths.com

ليكن n عدد صحيح طبيعي غير منعدم.

نعتبر الدالة h_n المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $h_n(x)=\dfrac{xe^{-x}}{x^n}-x^n$ و الدالة φ المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $\varphi_n(x)=e^{-x}-x^{2n-1}$

1 ا) تحقق أن : $(\forall n\geq1)\ (\forall x>0)\quad :\quad h_n(x)=0\Leftrightarrow\varphi_n(x)=0$

ب) استنتج أنه لكل عدد صحيح طبيعي غير منعدم n، المعادلة $h_n(x)=0$ تقبل حلا وحيدا u_n بحيث : $0<u_n<1$

2 ا) بين أن : $(\forall n\geq1)\quad :\quad \ln(u_n)=-\dfrac{u_n}{2n-1}$

ب) استنتج أن : $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=1$

تمرين 9

www.elmaths.com

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $[0,1]$ بما يلي : $f(x)=2xe^x$

1 ا) بين أن f تقابل من $[0,1]$ نحو مجال J يتم تحديده.

ب) لتكن f^{-1} التقابل العكسي للدالة f. اعط جدول تغيرات f^{-1}.

2 بين أنه يوجد في المجال $[0,1]$ عدد وحيد α يحقق : $\alpha e^{\alpha}=1$ وأن $\alpha\neq0$.

3 نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرفة بما يلي : $u_0=\alpha$ و $u_{n+1}=f^{-1}(u_n)\ \ (\forall n\geq0)$

ا) بين أن : $(\forall n\geq0)\ \ u_n\in]0,1]$.

ب) بين أن : $(\forall x\in[0,1])\ \ f(x)\geq x$.

ج) استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ تناقصية قطعا.

www.elmaths.com

د) بين أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متقاربة و أن نهايتها هي 0.

4) لكل عدد صحيح طبيعي n نضع : $S_n = \sum\limits_{k=0}^{k=n} u_k$

ا) بين أن : $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n e^{-u_{n+1}}$ $(\forall n \geq 0)$.

ب) استنتج أن : $u_n = \frac{e^{-S_n}}{2^n}$ $(\forall n \geq 0)$.

ج) بين أن : $u_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n$ $(\forall n \geq 0)$.

د) استنتج أن المتتالية $(S_n)_n$ متقاربة و أن نهايتها ℓ تحقق : $\alpha \leq \ell \leq 2$

تمرين 10

نعتبر الدالة العددية المعرفة بما يلي :
$$\begin{cases} f(x) = \int_x^{2x} \frac{1}{t} e^{-t^2} dt, & x \neq 0 \\ f(0) = \ln 2 \end{cases}$$

www.elmaths.com

1) بين أن الدالة f زوجية.

2) ا) بين أن f قابلة للإشتقاق على المجال $]0, +\infty[$ و أن : $f'(x) = \frac{e^{-4x^2}}{x}\left(1 - e^{3x^2}\right)$

ب) استنتج منحى تغيرات الدالة f على المجال $]0, +\infty[$.

3) ا) بين أن : $(\forall x \in \mathbb{R}) \quad e^x \geq x + 1$

ب) استنتج أن : $(\forall t > 0) \quad \frac{1}{t} - t \leq \frac{1}{t}e^{-t^2} \leq \frac{1}{t}$

ج) بين أن : $(\forall x > 0) \quad \ln 2 - \frac{3x^2}{2} \leq f(x) \leq \ln 2$

د) بين أن f متصلة و قابلة للاشتقاق في 0.

4) ا) بين أن : $(\forall t \geq 1) \quad e^{-t^2} \leq e^{-t}$

ب) استنتج أن : $(\forall x \geq 1) \quad 0 \leq f(x) \leq \frac{e^{-x} - e^{-2x}}{x}$

ج) أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

5) ا) أعط جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$.

ب) ارسم المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم.

تمرين 11

نعتبر المجموعة التالية : $\mathbb{E} = \left\{ M(a,b) = \begin{pmatrix} a+b & -b \\ 5a & a-3b \end{pmatrix} / (a,b) \in \mathbb{R}^2 \right\}$ مزودة بعملية $(+)$ جمع مصفوفتين و عملية $(.)$ جداء عدد حقيقي في مصفوفة و عملية $(\times)$ جداء مصفوفتين.

www.elmaths.com

1) ا) بين أن $(\mathbb{E}, +, .)$ فضاء متجهي جزئي حقيقي.

ب) حدد أساسا له ثم حدد بعده.

2) ليكن α عددا عقديا لا ينتمي إلى $\mathbb{R}$. بين أن الأسرة $(1, \alpha)$ أساسا للفضاء المتجهي الحقيقي $(\mathbb{C}, +, .)$.

3) نعتبر التطبيق φ من $\mathbb{C}^* = \mathbb{C} \backslash \{0\}$ نحو $\mathbb{E}^* = \mathbb{E} \backslash \{M(0,0)\}$ المعرف بما يلي :

$$(\forall z = a + b\alpha \in \mathbb{C}^*) \quad \varphi(z) = M(a,b)$$

ا حدد قيم α التي يكون من أجلها التطبيق φ تشاكلا من $(\mathbb{C}^*,\times)$ نحو $(\mathbb{E}^*,\times)$.

ب بين أن φ تقابل.

4 نأخذ $\alpha=-1+i$.

ا بين أن $(\mathbb{E}^*,\times)$ زمرة تبادلية.

ب بين أن $(\mathbb{E}^*,+,\times)$ جسم تبادلي.

ج حدد مقلوب العنصر $M(a,b)$.

www.elmaths.com

تمرين 12

www.elmaths.com

n عدد صحيح طبيعي أكبر أو يساوي 1.

الجزء الأول : لتكن الدالة العددية g_n المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $g_n(x)=1+x-e^{-nx}$

1 ا ادرس تغيرات الدالة g_n.

ب احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g_n(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g_n(x)$ واعط جدول تغيرات g_n.

ج احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{g_n(x)}{x}$ ثم أول هندسيا النتيجة المحصل عليها.

د احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} (g_n(x)-x-1)$ ثم أول هندسيا النتيجة المحصل عليها.

ه استنتج أن $x_0=0$ هو الحل الوحيد للمعادلة $g_n(x)=0$.

و مثل مبيانيا الدالة g_1 في معلم متعامد ممنظم.

2 ا بين أن : $g_n(x)=1 \quad (\forall n\geq 1)\ (\exists! x_n>0)$.

ب ادرس إشارة $g_{n+1}(x)-g_n(x)$.

ج استنتج أن المتتالية $(x_n)_{n\geq 1}$ تناقصية.

د بين أن : $x_n=e^{-nx_n} \quad (\forall n\geq 1)$.

ه استنتج نهاية المتتالية $(x_n)_{n\geq 1}$.

الجزء الثاني : نعتبر المتتالية $(y_n)_{n\geq 1}$ المعرفة كما يلي : $y_1=1$ و $\forall n\in\mathbb{N}^*;\quad y_{n+1}=e^{-y_n}$

1 بين أن x_1 هو الحل الوحيد للمعادلة $e^{-x}=x$ وأن $\dfrac{1}{e}\leq x_1\leq 1$.

2 ا بين أن : $\forall n\in\mathbb{N}^*;\quad \dfrac{1}{e}\leq y_n\leq 1$

ب بين أن : $\forall n\in\mathbb{N}^*;\quad |y_{n+1}-x_1|\leq e^{-\frac{1}{e}}\,|y_n-x_1|$

ج استنتج أن $(y_n)_{n\geq 1}$ متقاربة وحدد نهايتها.

الجزء الثالث : لتكن F الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^+$ بما يلي : $F(0)=\dfrac{1}{2}$ و $(\forall x>0)\,;F(x)=\displaystyle\int_x^{2x}\frac{1}{g_1(t)}dt$

1 ا بين أن : $(\forall t>0)\ ;\quad \dfrac{1}{1+t}\leq\dfrac{1}{g_1(t)}\leq\dfrac{1}{t}$

ب استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} F(x)$

2 ا بين أن : $(\forall t>0)\ ;\quad 1-t\leq e^{-t}\leq 1-t+\dfrac{t^2}{2}$

ب استنتج F متصلة على اليمين في 0.

ج) ادرس اشتقاق الدالة F على اليمين في 0.

3 ا) بين أن F قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}_+^*$ واحسب $F'(x)$ من أجل $x > 0$.

ب) ادرس تغيرات F على $\mathbb{R}_+$.

ج) مثل مبيانيا الدالة F.

تمرين 13

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = \dfrac{e^x}{1+x^2}$ و (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

www.elmaths.com

1 ا) احسب : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ وأول النتائج مبيانيا.

ب) بين أن f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ واحسب $f'(x)$ واعط جدول تغيرات f.

ج) احسب $f''(x)$ وبين أن المعادلة $f''(x) = 0$ تقبل حلين 1 و β حيث : $-\dfrac{1}{5} < \beta < 0$.

د) استنتج نقط انعطاف المنحنى (C) ثم ارسم المنحنى (C).

2 ا) بين أن f تقابل من $\mathbb{R}$ نحو $\mathbb{R}_+^*$. ليكن g التقابل العكسي للدالة f.

ب) بين أن g قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}_+^*$ ، اعط منحى تغيراتها واحسب $\lim\limits_{x\to0^+} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

ج) بين أن : $(\forall n \geq 1)\ (\exists! \alpha_n < 0)\ ;\ \ g\left(\dfrac{1}{n}\right) = \alpha_n$

د) احسب α_1 وحدد منحى تغيرات المتتالية $(\alpha_n)_{n\geq1}$.

ه) بين أن المتتالية $(\alpha_n)_{n\geq1}$ ليست مصغورة ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} \alpha_n$.

3 لكل عنصر x من $\mathbb{R}$ نضع : $F(x) = \displaystyle\int_0^x f(t)dt$

ا) بين أن F قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ، احسب $F'(x)$ واستنتج منحى تغيرات F على $\mathbb{R}$.

ب) تحقق أن : $(\forall t \leq 0);\ 0 \leq f(t) \leq e^t$ واستنتج أن : $(\forall x \leq 0);\ \ -1 \leq F(x) \leq 0$.

ج) باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن :

$$(\forall x \geq 0);\ F(x) = f(x) - 1 + 2I(x) \text{ حيث } I(x) = \int_0^x \frac{te^t}{(1+t^2)^2}dt$$

د) استنتج : $\lim\limits_{n\to+\infty} F(x)$ و $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{F(x)}{x}$.

ه) بين أن : $F(\alpha_n) = \dfrac{\alpha_n}{n} + \displaystyle\int_{\frac{1}{n}}^{1} g(t)\,dt\ \ ;\ \ (\forall n \in \mathbb{N}^*)$.

و) استنتج أن : $-1 \leq \displaystyle\int_{\frac{1}{n}}^{1} g(t)\,dt \leq 0\ \ ;\ \ (\forall n \in \mathbb{N}^*)$.

تمرين 14

www.elmaths.com

في المستوى العقدي المنسوب إلى م.م.م.م $(O, \vec{u}, \vec{v})$ ،

كل نقطة M لحقها z تخالف 0 نربطها بالنقطة M' التي لحقها z' بحيث : $z' = -\dfrac{1}{\overline{z}}$.

1 بين أن النقط O ، M ، M' مستقيمية.

2 بين أن : $\overline{z'+1} = \dfrac{1}{z}(z-1)$

3 لتكن A و B نقطتين لحقهما على التوالي 1 و -1 و (C) الدائرة التي مركزها A و تمر من النقطة O.
نفترض أن النقطة M تنتمي إلى الدائرة (C) وتخالف النقطة O.

ا) بين أن : $|z-1|=1$ وأن $|z'|=|z'+1|$ ثم أول هندسيا هذه النتيجة.

ب) استنتج طريقة هندسية لإنشاء M' انطلاقا من النقطة M.

4 لتكن M_1 نقطة من المستوى لحقها مماثلتها M بالنسبة للمحور الحقيقي (محور الأفاصيل).

ا) احسب $\dfrac{z'+1}{z'-1}$ بدلالة z.

ب) احسب عمدة $\left(\dfrac{z'+1}{z'-1}\right)$ بدلالة قياس الزاوية $\left(\overrightarrow{M_1A};\overrightarrow{M_1B}\right)$.

ج) قارن قياسا الزاويتين $\left(\overrightarrow{M_1A};\overrightarrow{M_1B}\right)$ و $\left(\overrightarrow{MA};\overrightarrow{MB}\right)$.

د) بين أن M' تنتمي إلى الدائرة المحيطة بالمثلث AMB.

تمرين 15

www.elmaths.com

1 نعتبر في $\mathbb{C}$ المعادلة التالية $(E)\ :\ z^3-(4+i)z^2+(13+4i)z-13i=0$.

ا) بين أن المعادلة (E) تقبل حلا تخيليا صرفا z_0.

ب) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E).

2 في المستوى العقدي المنسوب إلى م.م.م.م $(O,\vec{u},\vec{v})$ ، نعتبر النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي i و $2+3i$ و $2-3i$.

ا) ليكن R الدوران الذي مركزه B و زاويته $\dfrac{\pi}{4}$. حدد لحق النقطة A' صورة A بالدوران R.

ب) بين أن النقط A' و B و C مستقيمية.

ج) حدد الصيغة العقدية للتحاكي h الذي مركزه B و يحول النقطة C إلى النقطة A.

د) تحقق أن : $\mathrm{h}^{-1}o\mathrm{R}\,(A)=C$ ثم حدد الصيغة العقدية للتطبيق $\mathrm{h}^{-1}o\mathrm{R}$.

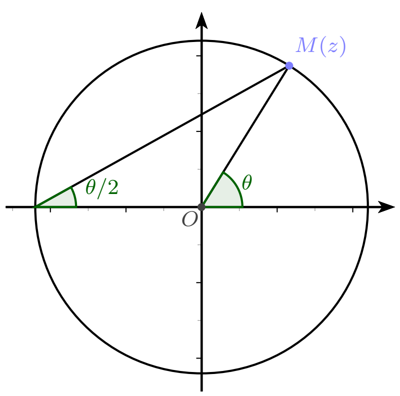
تمرين 16

www.elmaths.com

ليكن z عدد عقدي غير منعدم بحيث : $\mathrm{z}=\mathrm{a}+i\mathrm{b}=[\rho,\theta]$.

1 انطلاقا من الشكل أسفله بين أن : $\theta\equiv 2\arctan\left(\dfrac{\mathrm{b}}{\mathrm{a}+\rho}\right)\ [2\pi]$

2 استنتج أن : $\tan\left(\dfrac{\pi}{12}\right)=2-\sqrt{3}$ (يمكنك اعتبار العدد $\mathrm{z}=\sqrt{3}+i$).



Pour plus d'informations, contactez-nous ici : elmaths.info@gmail.com