

تمرين 1

بين أن : $\tan x_n = x_n$ $(\forall n \in \mathbb{N}) \left(\exists ! x_n \in \left] \frac{\pi}{2} + n\pi; \frac{\pi}{2} + (n+1)\pi \right[\right)$ 1

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$: المعرفة بما يلي $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad u_n = \frac{\pi}{2} + (n+1)\pi - x_n$ 2

بين أن : $x_n = (n+1)\pi + \arctan x_n$ $(\forall n \in \mathbb{N})$ 1

بين أن : $x_n \geq (2n+1)\frac{\pi}{2}$ $(\forall n \in \mathbb{N})$ ، استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n$ 2

بين أن المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متقاربة وحدد $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ 3

لكل n من $\mathbb{N}$ نضع $v_n = nu_n$ احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$ 4

تمرين 2

بين أنه لكل n من $\mathbb{N}$ يوجد x_n وحيد من $[0; 1]$ بحيث : $nx^n + x_n^3 = n$ 1

بين أن : x_n تزايدية. 2

بين أن : x_n متقاربة. 3

بين أن : $1 - \frac{1}{n} \leq x_n \leq 1$ $(\forall n \in \mathbb{N}^*)$ 4

استنتج : $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n$ 5

تمرين 3

ليكن n من $\mathbb{N}^*$ نعتبر الحدودية : $P(x) = x^n + x^{n-1} + \dots + x^2 + x - 1$

بين أن المعادلة $P(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا a_n في المجال $[0; 1]$ 1

بين أن المتتالية $(a_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ تناقصية. 2

بين أن لكل n من $\mathbb{N}^*$ $(n \neq 2)$ لدينا : $2a_n = 1 + a_n^{n+1}$ 3

حدد $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$ ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n^{n+1}$ 4

تمرين 4

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ المعرفة بما يلي $u_{n+1} = \frac{12u_n}{9 + u_n^4}$ و $u_1 = 1$ $(\forall n \in \mathbb{N}^*)$:

بين أن : $1 \leq u_n \leq \sqrt{\sqrt{3}}$ $(\forall n \in \mathbb{N}^*)$ 1

ادرس رتبة (u_n) ثم استنتج تقاربها ونهايتها. 2

لكل n من $\mathbb{N}^*$ نضع : $v_n = \frac{u_n}{n!} + \sqrt{\sqrt{3}}$ 1

تحقق أنه لكل n من $\mathbb{N}^*$: $\frac{2}{9 + u_n^4} \leq \frac{1}{5}$ ثم استنتج رتبة المتتالية (v_n) . 2

بين أن المتتاليتين (u_n) و (v_n) متحاذيتان. 3